

Modelo de Color HSI_p Compuesto sobre Plano 3D

A. Hernández Avalos.^{#1}, F. A. Arias Zambrano^{#2}

Tecnológico Nacional de México: Instituto Tecnológico José Mario Molina Pasquel y Henríquez,
Unidad Académica Zapopan, Ingeniería Electromecánica, Jalisco, México

¹ alberto.hernandez@zapopan.tecmm.edu.mx, federico.arias@zapopan.tecmm.edu.mx

Resumen— Los modelos de color han sido representaciones formales que estandarizan la representación de color ya sea mediante tablas estandarizadas, representaciones numéricas o modelos matemáticos con una representación geométrica. Estas representaciones geométricas se conocen como espacios de color que en los modelos orientados al usuario pueden hacer explícitas las características del color como matiz, saturación e intensidad a partir de los componentes primarios (rojo, verde y azul) y dado que son modelos matemáticos, éstos pueden digitalizarse para almacenar y procesar imágenes. En este artículo se presenta un modelo de color que denominamos HSI_p orientado al usuario con una representación sobre un plano 3D a partir de la cual se derivan las características de color HSI de forma tangible con una derivación distinta al modelo HSI original, interpretando particularmente la Saturación como ángulo de la pendiente del plano, la Intensidad como el desplazamiento del plano y el Matiz como la dirección del gradiente del plano.

Palabras clave—Modelo de color, filtro, procesamiento de imágenes, representación 3D.

Abstract— Color models have been formal representations that standardize color representation, either through standardized tables, numerical representations, or mathematical models with a geometric representation. These geometric representations are known as color spaces, which in human-oriented models can make explicit color characteristics such as hue, saturation, and intensity based on the primary components (red, green, and blue). Since they are mathematical models, they can be digitized to store and process images. This article presents a human-oriented color model that we call HSI_p, with a representation on a 3D plane from which HSI color characteristics are derived in a tangible way with a derivation distinct from the original HSI model, particularly interpreting Saturation as the angle of the plane's slope, Intensity as the plane's displacement, and Hue as the direction of the plane's gradient.

I. INTRODUCCIÓN

Desde Munsell [1] hasta las últimas representaciones, las aplicaciones inmediatas de los modelos de color han sido propiamente la clasificación y estandarización del color apoyadas en una representación tridimensional. Estas representaciones se asocian con las características del color de saturación, matiz e intensidad, a dimensiones en distintas disposiciones como cilindros, conos o esferas al menos en los conocidos como la familia HSI. Sin embargo, existen varios modelos de color clasificados en distintas categorías, como: los modelos de color orientados a dispositivos, los modelos

de color orientados al usuario y los modelos de color independientes del dispositivo.

En [2] se presenta una revisión de los modelos de color más populares y de sus clasificaciones, taxonomía y áreas de aplicación en este trabajo nos hemos enfocado en los modelos HSV para compararlos con el modelo aquí presentado.

Además de la estandarización y clasificación de los colores una de las aplicaciones más utilizadas de estos modelos es para el procesamiento de imágenes mediante la implementación de filtros, esto es, la automatización de la clasificación de los colores teniendo como referencia o criterio de filtración los valores de Matiz Saturación ó Intensidad (HSI) que son las características del color con las que se define la percepción humana en vez de los valores RGB que son los valores con los que se almacena de manera digital el color de cada pixel. Estas aplicaciones particularmente de los modelos HSV, HSI y HSL se extienden al estudio de la percepción visual humana, gráficos de computadora, visión artificial, análisis de imágenes, software de edición de imágenes.

La tabla 1 muestra la clasificación de dichos modelos de color.

TABLA I
CLASIFICACIÓN DE LOS MODELOS DE COLOR

Clasificación	Modelo de Color
Independiente de dispositivo	Munsell
Independiente de dispositivo	RGB, CMY(K)
Independiente de dispositivo	YIQ, YUV, YCbCr
Orientado al usuario	HSI, HSV, HSL
Independiente de dispositivo, Métrica de color	CIE XYZ, CIE L*u*v*, CIE L*a*b*

La familia HSI está relacionada con el uso de coordenadas cilíndricas para la representación del color y cada uno de ellos es transformable a valores RGB. Sin embargo, además de la representación del color como una coordenada cilíndrica existen otros modelos que hacen la representación del color como una coordenada cartesiano con valores RGB [6] o

cómo un plano formado por la intersección de los ejes del plano cartesiano RGB [6].

En este artículo presentamos en la sección 2 la familia HSI y la definición del Matiz, la Saturación y la Intensidad en esta familia. En la sección 3 presentamos otros esfuerzos por representar el color con componentes RGB como una representación vectorial o en forma de plano. En la sección 4 presentamos nuestra representación de modelo de color HSI compuesto sobre un plano 3D con componentes RGB. En la sección 5 presentamos aplicaciones de este modelo para el filtrado de imágenes. En la sección 6 presentamos una aplicación para la representación de colores e imágenes como texturas tridimensionales con este modelo.

II. LA FAMILIA DE MODELOS DE COLOR HSI

Los modelos HSI, HSV y HSL; describen el color en términos del matiz (tono), saturación (intensidad de color) y luminosidad o valor (brillo). Estas características están asociadas al percepción humana y en [2] se definen como sigue:

- El matiz H, también es conocido como tono, tinte, croma, es la propiedad más básica, ya que es la que se usa para diferenciar un color de otro y por la cual lo nombramos.
- La saturación S representa la intensidad cromática o pureza de un color. En otras palabras, es la cantidad de gris que contiene la mezcla de un color concreto.
- La luminosidad o valor V, es la claridad u oscuridad que tiene un color. Es decir, la cercanía de un color determinado al blanco o al negro.

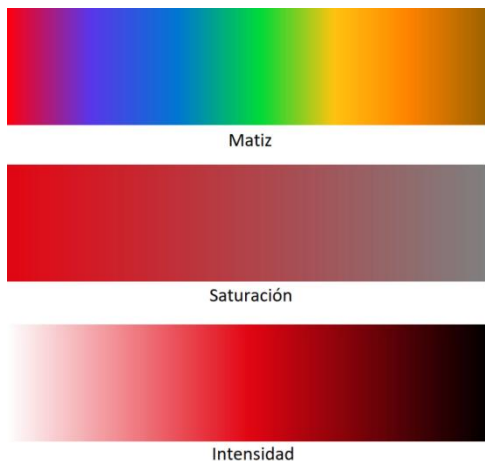


Fig. 1. Representación del Matiz, Saturación e Intensidad para la familia de modelos de color HSI.

El matiz, la saturación y la intensidad son organizadas en un sistema coordenado cilíndrico como componentes principales por los modelos de color de la familia HSI. La saturación S tiene una relación proporcional a la *distancia*

radial R, el matiz H está asociado al *ángulo* θ del sistema cilíndrico y la intensidad I o luminosidad L al eje vertical o z del sistema cilíndrico.

El valor del matiz H es medido por un ángulo medido entorno al eje vertical y toma valores desde 0 a 360° comenzando con 0° en el rojo. La saturación S es el radio o distancia radial medida desde el eje vertical que puede tomar valores desde 0 hasta 1. La intensidad I tiene un rango de 0 a 1, siendo 0 el valor que toma en el fondo del espacio de color.

Cada uno de los modelos de color establece una interpretación distinta para la Saturación lo cual deriva en espacios ó interpretaciones geométricas distintas del espacio de color, por lo que el modelo HSV es representado como un cono y el HSL o HSI como un doble cono al considerar una saturación limitada.

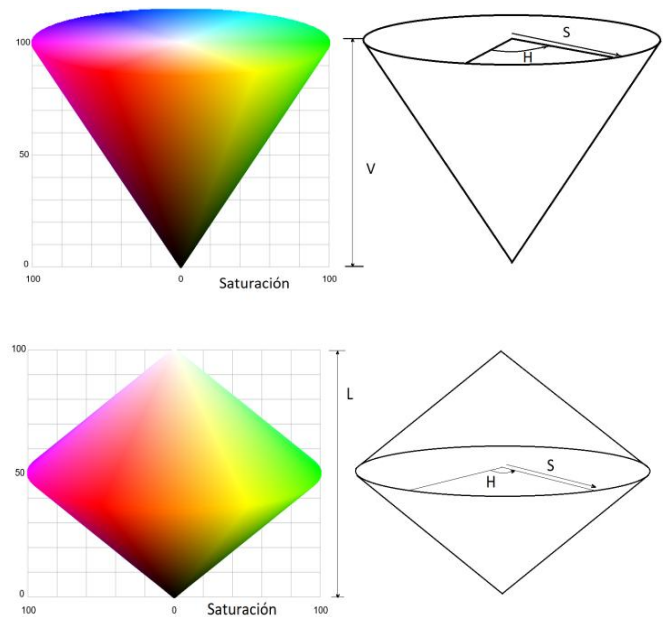


Fig. 2. Representación del espacio de color de los modelos HSV y HSL/HSI.

A. Modelo HSI

La conversión entre espacios, particularmente del espacio RGB al HSI se ha documentado en la bibliografía cómo en [3] y [4]. Es así que dado un píxel en formato RGB en el rango [0,1] el componente H de cada píxel RGB se obtiene usando la “ecuación (1)”

$$H = \begin{cases} \theta & \text{si } B \leq G \\ 360^\circ - \theta & \text{si } B > G \end{cases} \quad (1)$$

donde

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{2}[(R-G) + (R-B)]}{[(R-G)^2 + (R-B)(G-B)]^{1/2}} \right\} \quad (2)$$

La saturación se obtiene mediante la ecuación (3) y la intensidad mediante la ecuación (4)

$$S = 1 - \frac{3}{(R+G+B)} [\min(R, G, B)] \quad (3)$$

$$I = \frac{1}{3}(R+G+B) \quad (4)$$

Si sucede que $R=G=B$ la el matiz se vuelve indeterminado por la división entre cero que se presenta en tal caso y si $R=G=B=0$ sucede lo mismo con la saturación.

La conversión hacia el espacio RGB desde el espacio HSI se documenta en [3] y se describe en las ecuaciones (5-10) en donde las ecuaciones aplicables dependen de los valores de H para el cual se definen tres sectores en intervalos de 120° como se muestra en la figura 3.

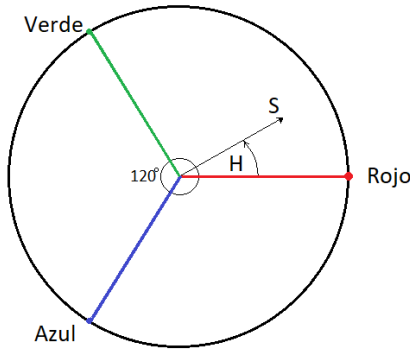


Fig. 3. Representación del matiz y la saturación en el modelo HSI.

Sector $0^\circ \leq H \leq 120^\circ$

$$B = I(1-S) \quad (5)$$

$$R = I \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right] \quad (6)$$

$$G = 3I - (R+B) \quad (7)$$

Sector $120^\circ \leq H \leq 240^\circ$

En este caso se sustraen 120° de H esto es

$$H = H - 120^\circ \quad (8)$$

entonces los componentes RGB se obtienen como

$$R = I(1-S) \quad (9)$$

$$G = I \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right] \quad (10)$$

$$B = 3I - (R+B) \quad (11)$$

Sector $240^\circ \leq H \leq 360^\circ$

En este caso se sustraen 240° de H esto es

$$H = H - 240^\circ \quad (12)$$

entonces los componentes RGB se obtienen como

$$R = I(1-S) \quad (13)$$

$$G = I \left[1 + \frac{S \cos H}{\cos(60^\circ - H)} \right] \quad (14)$$

$$B = 3I - (R+B) \quad (15)$$

B. Modelo HSV

El modelo HSV es también un sistema cilíndrico cuyas transformaciones desde el sistema RGB son descritas en las ecuaciones (16-19) para obtener los valores de HSV.

$$H = \begin{cases} \theta & \text{si } B \leq G \\ 360^\circ - \theta & \text{si } B > G \end{cases} \quad (16)$$

donde

$$\theta = \cos^{-1} \left\{ \frac{\frac{1}{2}[(R-G) + (R-B)]}{[(R-G)^2 + (R-B)(G-B)]^{1/2}} \right\} \quad (17)$$

$$S = \frac{\max(R, G, B) - \min(R, G, B)}{\max(R, G, B)} \quad (18)$$

$$V = \frac{\max(R, G, B)}{255} \quad (19)$$

Complementando de las formulaciones planteadas en [3] y [4]; en [5] podemos encontrar un estudio comparativo de los distintos modelos de color y sus transformaciones de RGB a HSI/HSV las cuales son referidas como algoritmos y de los cuales se estudia la precisión y el proceso computacional de estos algoritmos de transformación para obtener el tono del espacio de color RGB.

III. REPRESENTACIONES GEOMÉTRICAS DEL COLOR

Los modelos de color se dividen en dos grandes grupos para la representación de los colores como una combinación de los llamados colores primarios o básicos estos grupos son los modelos aditivos y sustractivos. El modelo RGB es un modelo aditivo donde los principales componentes son el rojo, verde y azul; y que por las iniciales de sus nombres en inglés se hace referencia a ellos como R, G y B.

La representación del modelo RGB está basada en un espacio cartesiano en el cual los valores primarios RGB están representados como ejes y sus combinaciones representan otros colores secundarios como el amarillo magenta o cian. Los valores de R, G y B están en el rango de 0 a 1 por lo que todas las combinaciones o colores se representa en un cubo unitario como el de la Fig. 4 dónde el origen de cubo es definido como (0,0,0) corresponde al negro, (1,1,1) corresponde al blanco, (0,1,1) corresponde al cian, (1,0,1) corresponde al magenta y (1,1,0) corresponde al amarillo.

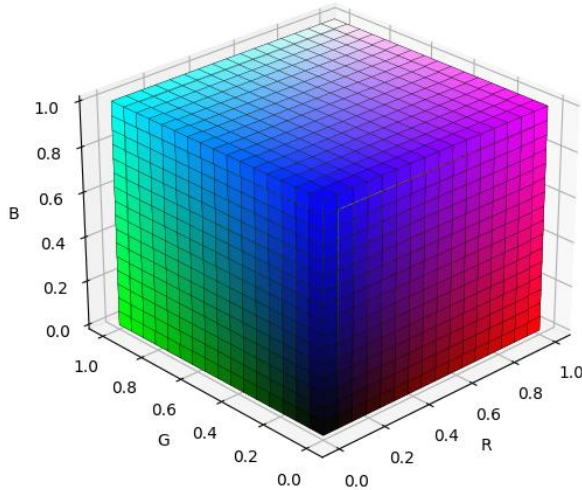


Fig. 4. Cubo RGB.

Cada color representado como una combinación de componentes RGB puede ser interpretada como un punto en el espacio de color RGB y al ser este un espacio cartesiano es posible también interpretarlo como una combinación lineal.

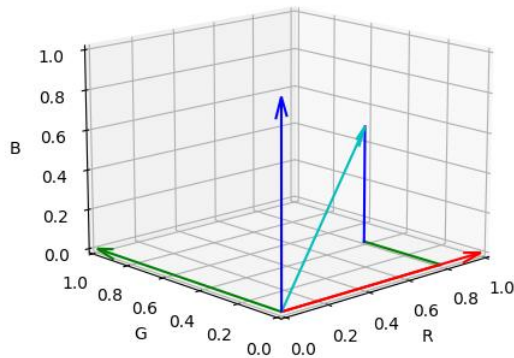


Fig. 5. RGB como una combinación lineal.

$$\vec{d} = a\vec{u} + b\vec{v} + c\vec{w} \quad (20)$$

en donde

$$\begin{array}{l|l} R & \vec{u} = (1,0,0) \\ G & \vec{v} = (0,1,0) \\ B & \vec{w} = (0,0,1) \end{array}$$

y siendo a , b , y c escalares en un rango de $[0, 1]$.

Cabe resaltar que en la derivación de las ecuaciones del modelo HSI, se establece a partir un plano definido por las aristas en (1,0,0), (0,1,0) y (0,0,1), el centro del plano definido en W (1/3, 1/3, 1/3), el punto de color O (r_o, g_o, b_o) y el punto de corte O'. En cuyo caso se define la intensidad I como el valor promedio de los componentes de O, el matiz H como el ángulo entre los vectores $e_r - w$ y $o - w$ y la saturación S como razón de la distancia del segmento rectilíneo W y O $d(W,O)$ respecto a W y O'd(W,O') las anteriores por medio de las ecuaciones (21-23) de las cuales se derivan las ecuaciones (2-4).

$$I = \frac{1}{3}(R + G + B) \quad (21)$$

$$H = \cos^{-1} \left[\frac{(o-w) \cdot (e_r - w)}{\|o-w\| \|e_r - w\|} \right] \quad (22)$$

$$S = \frac{d(W, O)}{d(W, O')} \quad (23)$$

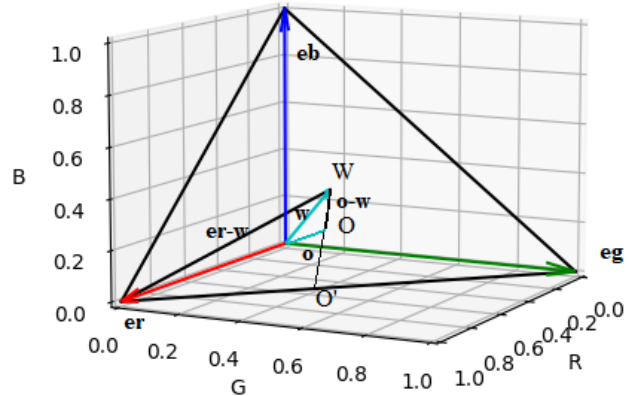


Fig. 6. Vectores involucrados en la derivación de HSI

Ha habido esfuerzos por formular la equivalencia del matiz y la saturación del modelo HSV directamente en espacio RGB como se analiza en [6] por medio de proyecciones en un plano cuya normal es $[1,1,1]$ en el cual se suprime la información de Valor V mientras conserva la información de Matiz H y Saturación S, esto mediante ecuaciones alternativas a las utilizadas en la derivación de las ecuaciones del moldeo HSI y HSV así también como generalizaciones de los modelos [7].

IV. HSI_p SOBRE UN PLANO 3D

La construcción de las ecuaciones del modelo HSI se resuelven de manera geométrica sobre un plano definido a partir de los vectores e_r , e_g y e_b en el cual se derivan le matiz

H, la saturación S como se presentó en la sección anterior y se muestra en la Fig 6. La mayoría de los modelos de color estándar (RGB, CMY/CMYK, CIELAB, HSV, etc.) representan el color tanto como un vector (en términos de componentes) como un punto en un espacio de color (en términos de posición única dentro de ese espacio).

Para esta propuesta de modelo de color, el modelo HSI_p sobre un plano 3D se toma como elemento generador del plano a los elementos RGB para definir puntos r , g y b en el espacio cartesiano dispuestos como se muestra en la Fig. 7, cuyas proyecciones en el plano XY a las cuales llamaremos r_{xy} , g_{xy} y b_{xy} son consistentes con la disposición en el diagrama de la Fig. 3, siendo coincidente el centro del círculo con el origen del plano XY, de modo que existen 120° entre cada uno de los puntos. Definiendo $r_{xy} = [1, 0, 0]$ y para obtener las coordenadas de cada punto utilizamos una matriz de rotación respecto al eje Z como se muestra en las siguientes operaciones

$$r_{xy} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (24)$$

$$g_{xy} = R_Z(120^\circ) r_{xy} = \begin{bmatrix} \cos(120^\circ) & -\sin(120^\circ) & 0 \\ \sin(120^\circ) & \cos(120^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$g_{xy} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.8660254 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (25)$$

$$b_{xy} = R_Z(120^\circ) g_{xy} = \begin{bmatrix} \cos(120^\circ) & -\sin(120^\circ) & 0 \\ \sin(120^\circ) & \cos(120^\circ) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.8660254 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$b_{xy} = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.8660254 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (26)$$

Los puntos r , g , y b se definen con los mismos componentes X e Y de los puntos r_{xy} , g_{xy} y b_{xy} pero con el componente Z de la tupla RGB del color particular a representar por lo cual se expresan las coordenadas como se muestra en las ecuaciones (27-29).

$$r = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ R \end{bmatrix} \quad (27)$$

$$g = \begin{bmatrix} -0.5 \\ 0.8660254 \\ G \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$b = \begin{bmatrix} -0.5 \\ -0.8660254 \\ B \end{bmatrix} \quad (29)$$

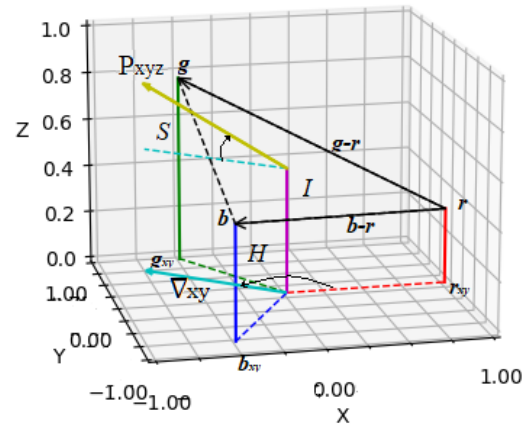


Fig. 7. Vectores involucrados en la derivación de HSI_p

En la Fig 7 se representan los puntos r , g , y b y los componentes Z son representados con las magnitudes de R, G y B como las líneas verticales debajo de dichos puntos. A partir de estos puntos definimos los vectores $b-r$ y $g-r$, con los cuales calculamos la normal del plano al cual ambos vectores pertenecen, de modo que la normal se obtiene como en la ecuación (30) y los componentes del vector normal se describen en las ecuaciones (31-33).

$$\overrightarrow{g-r} \times \overrightarrow{b-r} = \vec{n} = \begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix} \quad (30)$$

$$a = 0.8660254(B + G - 2R) \quad (31)$$

$$b = 3R - 1.5G + 1.5B \quad (32)$$

$$c = 2 * 1.5 * 0.8660254 \quad (33)$$

Utilizando el punto r perteneciente al plano es posible escribir la ecuación general del plano (34) como se muestra en la ecuación (35) donde se subraya y define el parámetro d .

$$ax + by + cz + \underbrace{(-ax_0 - by_0 - cz_0)}_d = 0 \quad (34)$$

$$z = \left(-ax - by + \underbrace{(a(1) + b(0) + c(R))}_d \right) \frac{1}{c} \quad (35)$$

Al desarrollar el termino d se puede simplificar de la siguiente manera

$$\frac{1}{c}(a*1+b*0+c*R)$$

$$\frac{1}{c}(a+c*R)$$

$$\frac{a}{c}+R$$

$$\frac{0.8660254(B+G-2R)}{2*1.5*0.8660254}+R$$

$$\frac{B+G-2R}{3}+R$$

de modo que el componente d se reescribe como

$$\tilde{d} = \frac{R+G+B}{3} \quad (36)$$

$$z = \frac{-ax-by}{c} + \tilde{d} \quad (37)$$

La ecuación (34) hace explícita la ecuación general del plano para la variable z , calculamos el gradiente del plano definido en la variable $\nabla_{xy} = \nabla_z$ en la ecuación (38), y la proyección sobre el plano la expresamos como P_{xyz} en la ecuación (40)

$$\nabla_{xy} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{c} \\ -\frac{b}{c} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$z_0 = (a*a + b*b) / c*c + \tilde{d} \quad (39)$$

Al evaluar la ecuación del plano (34) en un punto consistente con la dirección del vector ∇_{xy} tal que se toman los valores del vector como coordenadas $x_0 = -a/c$ y $y_0 = -b/c$ obtenemos z_0 como en (39) y obtenemos la proyección P_{xyz} como el vector

$$P_{xyz} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{c} \\ -\frac{b}{c} \\ z_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{a}{c} \\ -\frac{b}{c} \\ \frac{a^2+b^2}{c^2} + \tilde{d} \end{bmatrix} \quad (40)$$

De manera similar a como se definen el matiz H , la saturación S , y la intensidad I en el modelo original HSI, definiremos los mismos componentes en términos de los vectores identificados en la figura 6; esto es el matiz H como el ángulo entre el vector r_{xy} y ∇_{xy} , expresado en la ecuación (38a, 38b), la saturación S_p como el ángulo entre el vector ∇_{xy} y P_{xyz} definido como en la ecuación (43) y la intensidad

I como en la ecuación (44). Cabe resaltar que en este modelo la saturación es un ángulo y no una distancia y se denota como S_p , y que ha este modelo le denominaremos modelo HSI_p.

$$H = \begin{cases} \theta & \text{si } B \leq G \\ 360^\circ - \theta & \text{si } B > G \end{cases} \quad (41)$$

$$\theta = \cos^{-1} \left[\frac{(\nabla_{xy}) \cdot (r_{xy})}{\|\nabla_{xy}\| \|r_{xy}\|} \right] \quad (42)$$

$$S_p = \cos^{-1} \left[\frac{(\nabla_{xy}) \cdot (P_{xyz})}{\|\nabla_{xy}\| \|P_{xyz}\|} \right] \quad (43)$$

$$I = \tilde{d} = \frac{R+G+B}{3} \quad (44)$$

Una forma alternativa de calcular el ángulo para el parámetro de saturación S_p es utilizar la normal del plano como se muestra en la ecuación (45).

$$S_p = \cos^{-1} \left[\frac{(\nabla_{xy}) \cdot (\vec{n})}{\|\nabla_{xy}\| \|\vec{n}\|} \right] - 90^\circ \quad (45)$$

Con las ecuaciones (41), (43) y (44) definimos de forma implícita la conversión del modelo RGB a este modelo HSI_p.

La Fig. 8 muestra una representación para una intensidad I y saturación S_p constantes pero un matiz H variable mediante la proyección del vector de máxima pendiente P_{xyz} . De la misma manera la Fig 9 muestra una representación para una saturación S_p y matiz H constante pero una intensidad I variable en el rango que se indica. En la Fig. 10 se muestra una intensidad I y matiz H constantes con una saturación S variable.

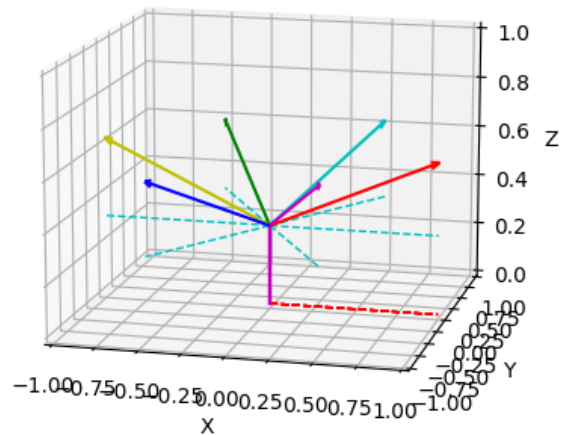


Fig. 8. Representación de vectores P_{xyz} para $I=0.313$, $S_p = 17.41^\circ$, $\theta = [0^\circ, 60^\circ, 120^\circ, 180^\circ, 240^\circ, 300^\circ]$.

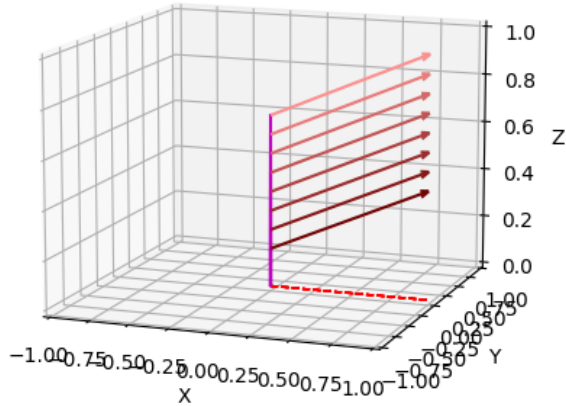


Fig. 9. Representación de vectores P_{xyz} para $I=[0.1555 \rightarrow 0.6261]$, $S_p = 16.04^\circ$, $\theta = 0^\circ$.

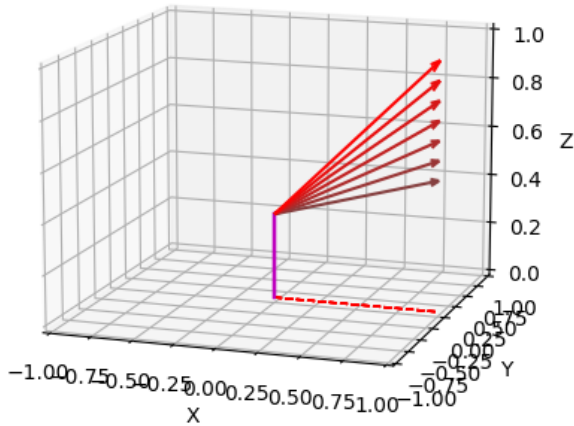


Fig. 10. Representación de vectores P_{xyz} para $I=0.3385$, $S_p = [10.37^\circ \rightarrow 33.16^\circ]$, $\theta = 0^\circ$.

V. TRANSFORMACIÓN INVERSA

Ahora presentamos las ecuaciones para obtener los parámetros a , b , c , y $\tilde{d}$ de la ecuación del plano a partir de los componentes θ , S_p e I . En primera instancia a partir de la ecuación (44) se estableció que $\tilde{d} = I$ y de la ecuación (33) se estableció c como una constante.

De la ecuación (42) al evaluarla con ∇_{xy} y r_{xy} es posible expresar (42) y de ésta obtener (43)

$$\cos(\theta) = -\frac{a}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (46)$$

$$a^2 = \cot^2(\theta)b^2 \quad (47)$$

De igual manera de la ecuación (45) es posible expresar (48) y obtener (49).

$$\cos(S_p + 90) = \frac{\sqrt{a^2 + b^2}}{\sqrt{a^2 + b^2 + c^2}} \quad (48)$$

$$a^2 = c^2 \cot(S_p + 90) - b^2 \quad (49)$$

Así al igualar las ecuaciones (47) y (49) obtenemos una expresión para b .

$$b^2 \cot^2(\theta) = c^2 \cot^2(S_p + 90) - b^2$$

$$b = \pm c \cot(S_p + 90) \sin(\theta) \quad (50)$$

De la ecuación (47) podemos expresar también (51)

$$a = \mp c \cot(S_p + 90) \cos(\theta) \quad (51)$$

Al aplicar ángulos complementarios podemos utilizar $\cot(\alpha + \pi/2) = -\tan(\alpha)$ y obtener soluciones para a y b como se indica en (52).

$$\begin{aligned} a &= \pm c \tan(S_p) \cos(\theta) \\ b &= \mp c \tan(S_p) \sin(\theta) \end{aligned} \quad (52)$$

Una vez obtenidos los parámetros de la ecuación del plano a , b , c , y $\tilde{d}$; para obtener los valores RGB correspondientes evaluamos a la ecuación (37) en los puntos r_{xy} , g_{xy} y b_{xy} de modo que

$$R = \frac{-a(1) - b(0)}{c} + \tilde{d} \quad (53)$$

$$G = \frac{-a(-0.5) - b(0.8660254)}{c} + \tilde{d} \quad (54)$$

$$B = \frac{-a(-0.5) - b(-0.8660254)}{c} + \tilde{d} \quad (55)$$

Es posible también al expresar las ecuaciones (53-55) a partir de los componentes θ , S_p e I éstas se pueden reescribir como

$$R = \tan(S_p) \cos(\theta) + I \quad (56)$$

$$G = -0.5 \tan(S_p) \cos(\theta) + 0.8660254 \tan(S_p) \sin(\theta) + I \quad (57)$$

$$B = -0.5 \tan(S_p) \cos(\theta) - 0.8660254 \tan(S_p) \sin(\theta) + I \quad (58)$$

Cabe indicar que el signo * significa que estamos considerando la solución positiva para a

En el modelo RGB los valores están acotados en rango de $[0, 1]$, lo cual restringe el máximo valor de saturación S_p que se puede obtener con cualquier combinación de valores RGB. Es así que los colores primarios puros como $\mathbf{r} = [1 \ 0 \ 0]$, $\mathbf{g} = [0 \ 1 \ 0]$ y $\mathbf{b} = [0 \ 0 \ 1]$ obtienen la máxima saturación $S_p = 33.690067525979785^\circ$ por lo cual definimos como el rango para los parámetros HSI_p los siguientes:

$$\begin{aligned} H &:= 0 \rightarrow 360^\circ \\ S_p &:= 0 \rightarrow 33.690067525979785^\circ \quad (59) \\ I &:= 0 \rightarrow 1 \end{aligned}$$

Generalmente todas las combinaciones de los valores de RGB quedarán acotados dentro de los rangos definidos en (59). Sin embargo, al transformar una combinación arbitraria de los parámetros HSI_p en los mismos rangos definidos en (59) hacia el espacio RGB trae consigo el problema de gama [9], esto hace posible que los valores RGB queden fuera de los rangos de $[0,1]$ para R, G ó B por lo que al mapear todos los valores del moldeo HSI_p obtengamos un cubo RGB distorsionado incluso con valores negativos para algún valor RGB.

Para prevenir el problema de la gama al trabajar con el modelo HSI, se pueden considerar las estrategias para: controlar los valores de HSI donde los valores de tono, saturación e intensidad se mantienen dentro de los rangos que, al convertirlos a RGB, resulten en colores válidos como en [11] y [12]; utilizar modelos alternativos: Modelos como HSV o HSL están diseñados para ajustarse mejor al espacio RGB, lo que reduce la probabilidad de que los colores procesados salgan fuera de la gama representable, de ahí las ecuaciones (18-19) que limitan los valores de S y V y en consecuencia la forma cónica mostrada en la Fig 2; por último, aplicar técnicas de compresión de gama, estas técnicas ajustan los valores de color para que se mantengan dentro del espacio RGB, incluso después de transformaciones en HSI como en [10].

VI. APLICACIÓN DEL MODELO HSI_p A FILTROS

Para ver una aplicación del modelo HSI_p se programó un filtro digital aplicado sobre aun imagen de prueba. Para el primer caso se define un pixel de referencia RGB=[39, 108, 43] al cual corresponden $I_0 = 0.248366$, $S_{p0} = 9.9483^\circ$ y $H_0 = 122.9597^\circ$ y se ha filtrado todos aquellos pixeles cuyo matiz sea $H < H_0 - H_b$ y $H > H_0 + H_b$ los cuales se sustituirán por RGB = [255, 255, 255]. H_b se define como la banda de filtrado en este caso $H_b = 43^\circ$. Los resultados se muestran en la Fig 11 y en la Fig 12. para un H_0 distinto.



Fig. 11. Imagen de prueba obtenida de [14].



Fig. 12. Imagen filtrada con $H_0 = 122.9597^\circ$ y $H_b = 43^\circ$.



Fig. 13. Imagen filtrada con $H_0 = 332.147^\circ$ y $H_b = 38^\circ$.

El filtro implementado en el Matiz H , puede implementarse de la misma manera para la Saturación S_p o Intensidad I , ó una combinación de éstos, de manera que se utilizaría una banda para cada parámetro (H_b , S_b , I_b) tal que todo que pixel con valores HSI_p fuera de los valores se eliminaría de la imagen resultante después del filtro de manera similar a los filtros pasa banda de audio. La representación de esta banda en el espacio HSI_p sería aproximada al volumen delimitado por los valores de H_b , S_b , y I_b como muestra la Fig 14. el cual acotaría todos aquellos

pixeles cuyo vector de máxima pendiente P_{xyz} quede dentro de dicho volumen.

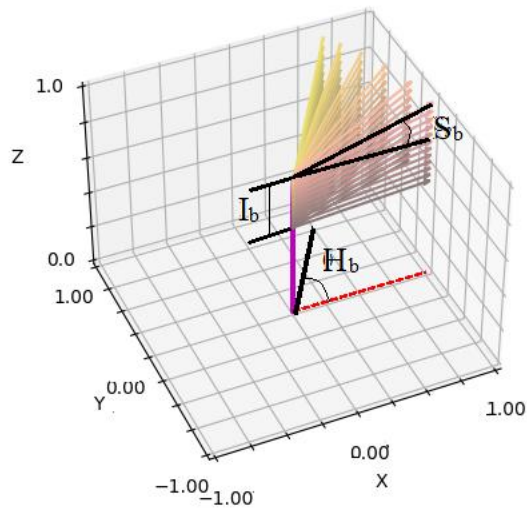


Fig. 14. Representación de la banda de filtrado con H_b 0 a 53° , S_b 8° a 32° e I_b de 0.39 a 0.7475 .

VII. REPRESENTACIÓN 3D DE IMÁGENES CON HSI_p

Los modelos de color nos ofrecen una representación del color ya sea numérica o espacial, la representación espacial puede ser un punto o un vector. En particular para los modelos orientados al usuario una representación espacial del Matiz H , la saturación S y la intensidad I (ó luminosidad o valor) como un punto en el espacio.

El modelo HSI_p que aquí presentamos le da una representación espacial al color ya sea por medio de un plano como en la ecuación (37) o por un vector como P_{xyz} definido en (40). Ahora presentamos la representación de una imagen mediante el plano HSI_p asociado a cada uno de los pixeles de la imagen de prueba Fig. 15 .



Fig. 15. Imagen de prueba de [12].

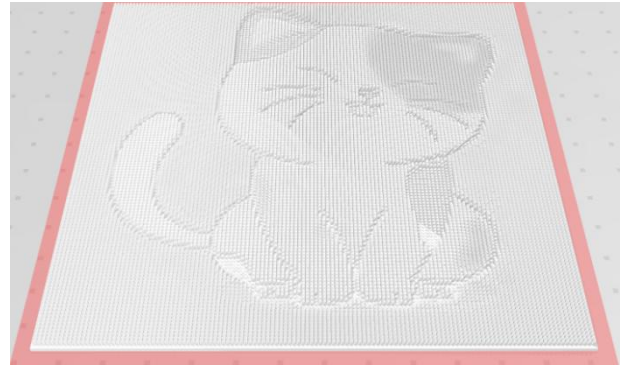


Fig. 16. Visualización de archivo 3D.

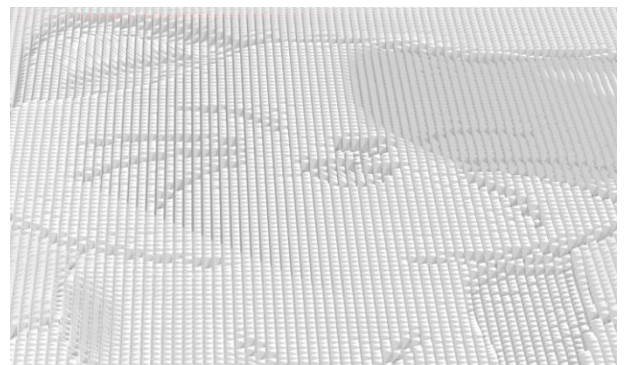


Fig. 17. Detalle de la visualización 3D.

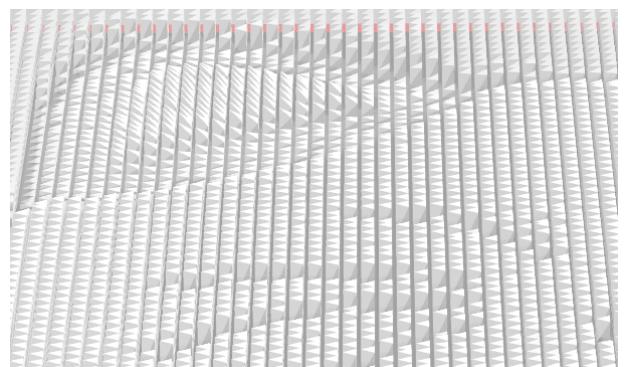


Fig. 18. Detalle de la visualización 3D.

Las Figuras 16, 17 y 18 muestran detalles de la implementación del modelo HSI_p para representar los pixeles de la imagen de prueba como planos independientes con parámetros derivados con las ecuaciones (31,32, 33 y 36) implementados en la ecuación (37).

VIII. COMPARACIÓN ENTRE LOS MODELOS HSI Y HSI_p

El modelo HSI tiene una interpretación espacial mediante un sistema coordenado cilíndrico que al igual que el modelo RGB interpretan cada color como un punto en el espacio ó como el vector para alcanzar ese punto en el espacio. En el caso del modelo HSI_p aquí propuesto, el color es interpretado como un plano del cual se deriva el vector P_{xyz} que representa la pendiente del plano.

A continuación, se presenta una tabla para destacar las diferencias clave en estructura, percepción y aplicaciones de ambos modelos.

TABLA II
COMPARACIÓN DE MODELOS

Característica	HSI	HSI _p
Componente H (Matiz)	Ángulo en grados (0°–360°) que representa el color en la rueda cromática.	Igual que en HSI; define el tipo de color (rojo, verde, azul, etc.).
Componente S (Saturación)	Mide la pureza del color en un rango de 0 a 1, donde 1 es 100% color puro	Mide la pureza del color en un rango angular de 0 a 33.690067225°, donde este es 100% color puro
Componente I (Intensidad)	Promedio aritmético de los valores RGB	Igual que en HSI en un rango de 0 a 1
Representación geométrica	Cilindro o cono doble; el eje vertical representa la intensidad	Plano 3D, la Intensidad representa el desplazamiento en el eje vertical, el ángulo de la pendiente representa la Saturación y la dirección de la máxima pendiente el Matiz.
Relación con RGB	Transformación no lineal del espacio RGB; puede representar colores fuera del rango RGB (problema de gama).	Transformación no lineal del espacio RGB; diseñado para ajustarse mejor al rango RGB al restringir el valor de saturación, minimizando el problema de gama.
Percepción humana	Alineado con la percepción humana del color; separa claramente matiz, saturación e intensidad.	También alineado con la percepción humana, pero la separación entre componentes puede ser más intuitiva.
Aplicaciones.	Procesamiento de imágenes, segmentación basada en color etcétera.	Procesamiento de imágenes, representación tangible del color y de imágenes mediante relieves.
Ventajas	Manipulación más intuitiva del color basada en cómo los humanos lo perciben	También orientada a la percepción humana, con ajustes intuitivos a el Matiz,
Desventajas	Puede generar colores fuera del rango representable en RGB al realizar ciertas transformaciones (problema de gama)	No elimina por sí mismo el problema de la gama, la interpretación de la saturación es un ángulo relativamente

	pequeño 0 hasta 33.69°.
--	-------------------------

IX. CONCLUSIONES

El modelo HSI_p proporciona una representación espacial y tangible de las características básicas del color en un mismo objeto basado en la representación geométrica de un plano obtenido a partir de la una representación RGB de cada punto. Aunque las interpretaciones del matiz H y de la intensidad I son iguales al modelo original HSI su derivación es distinta, confirmando así la validez de nuestro modelo; en lo que respecta a la saturación S_p se está interpretando a través de la pendiente del plano utilizando un ángulo en lugar de ser una distancia como se hace en el modelo HSI convencional.

En el contexto del tratamiento de imágenes tiene aplicaciones similares, pero al ser una interpretación tangible ofrece aplicaciones para la manufactura, la cartografía y otras áreas del conocimiento. Como modelo de color experimenta limitaciones como el problema de gama en la transformación inversa, la interpretación requerida para obtener los valores adecuados del a y b a partir del matiz H, saturación S_p e Intensidad I, y la misma interpretación para la precisión de de la saturación S_p.

Es posible seguir considerando más características en esta interpretación del color como un plano, incluso otras interpretaciones para conjuntos de datos relacionados y obtener interpretaciones visuales y tangibles con este modelo, situación que facilita su interpretación y efecto en un entorno físico. La representación del matiz, la saturación y la intensidad en un plano que puede ser un elemento tangible y relevante para otras aplicaciones distintas al procesamiento de imágenes.

REFERENCIAS

- [1] A. H. Munsell, *A color Notation*, G. H. Ellis Co. Harvard University, 1905.
- [2] R. Cortazar (2022), Teoría del color: Propiedades básicas del color. [En línea] Disponible en: <https://acumbamail.com/blog/propiedades-del-color/>
- [3] R. González and R. E. Woods, *Digital Image Processing*, 4th edition, Pearson Education Limited, England, 2018.
- [4] K. N. Plataniotis, and A.N. Venetsanopoulos, *Color Image Processing and Applications*, Springer-Verlag, Berlin 1998.
- [5] S. Q. Zaheer, P. J. Disimile1, and N. Toy, "Assessment of Hue Transformation Algorithms For SSLCS Studies," *American Journal of Engineering Research*, vol. 10, No. 8, pp. 276-284, 2021.
- [6] M. Loesdau, S. Chabrier, and A. Gabillon, *Hue and Saturation in the RGB Color Space*, Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2011.
- [7] M. A. Alonso Pérez y J. J. Báez Rojas, "Espacios de Color RGB, HSI y sus Generalizaciones a n-Dimensiones," Tesis doctoral, Instituto Nacional de Astrofísica, Óptica y Electrónica, Tonantzintla, Puebla, México, 2009. [En línea]. Disponible en:

- <https://inaoe.repositorioinstitucional.mx/jspui/handle/1009/362>.
- [8] H. Yu, K. Inoue, K. Hara, and K. Urahama, "Saturation improvement in hue-preserving color image enhancement without gamut problem," *ICT Express*, vol. 4, no. 3, pp. 134–137, 2018. DOI: <https://doi.org/10.1016/j.ict.2017.07.003>.
 - [9] A. Taguchi, N. Nakajima, and Y. Hoshi, *Improved HSI color space without gamut problem* 2014 IEEE Asia Pacific Conference on Circuits and Systems (APCCAS), Ishigaki, Japan, pp. 37-40, 2014. DOI: <https://doi.org/10.1109/APCCAS.2014.7032713>.
 - [10] T. Chen and O. Chew, "Hue-preserving color enhancement under a cylindrical model without geometric deformation of the RGB color cube," *Electronic Imaging*, pp. 198-1 - 198-6, 2023. DOI: <https://doi.org/10.2352/EI.2023.35.15.COLOR-198>.
 - [11] S. Yang and B. Lee, "Hue-preserving gamut mapping with high saturation," *Electronics Letters*, vol. 49, no. 19, pp. 1221–1222, 2013. DOI: <https://doi.org/10.1049/el.2013.0221>.
 - [12] (2023) The Vecteezy website. [Online]. Available. <https://www.vecteezy.com/>